ISSN1680-0761

М.ӨТЕМІСОВ АТЫНДАҒЫ БАТЫС ҚАЗАҚСТАН УНИВЕРСИТЕТІ

ЗАПАДНО-КАЗАХСТАНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. М. УТЕМИСОВА

M.UTEMISSOV WEST KAZAKHSTAN UNIVERSITY

Ғылыми журнал

БҚУ ХАБАРШЫСЫ

Научный журнал

ВЕСТНИК ЗКУ

Scientific journal

BULLETIN WKU

2021/1

http://wksu.kz

[7] Blinkov, S.M., Glazer, I.I. (1964). Mozg cheloveka v cifrah i tablicah [The human brain in numbers and tables]. L., «Medicine» [in Russian].

[8] Guryanov, E.V. (1940). Razvitie navyka pis'ma u shkol'nika [Development of writing skills in schoolchildren]. M., Uchpedgiz [in Russian].

[9] Levina, R.E. (1940). Nedostatki chteniya i pis'ma u detej [Disadvantages of reading and writing in children].M., Uchpedgiz [in Russian].

[10] Luria, A.R. (1963). Mozg cheloveka i psihicheskie processy [The human brain and mental processes]. M., APNRSFSP [in Russian].

Кульбаева Б.С., Есенгулова М.Н.

РАЗВИТИЕ НАВЫКОВ ХУДОЖЕСТВЕННОГО ПИСЬМА УЧАЩИХСЯ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ В УСЛОВИЯХ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ

Аннотация. В статье раскрывается идея расширения возможностей дистанционного обучения в условиях пандемии в развитии навыков художественного письма учащихся начальной школы. Письмо - одно из важнейших направлений учебного процесса в начальной школе, которое требует непрерывной и постоянной, систематической работы при выполнении письменных упражнений в процессе обучения художественному письму. Кроме того, в статье подчёркивается необходимость и актуальность формирования навыков художественного письма у младших школьников в условиях обновлённого содержания образования в школах и перехода на дистанционную систему обучения в период пандемии. Показаны методы обучения с учетом возраста ребенка при формировании навыков письма в начальной школе и изучено влияние процесса обучения письму на психологическое, физиологическое развитие ребенка и формирование сенсорных навыков. Рассмотрены и представлены учителям новые формы формирования навыков художественного письма у младших школьников в условиях дистанционного обучения.

Ключевые слова: начальный класс; дистанционное обучение; художественное письмо; навыки; методы художественного письма; сенсорные навыки; функциональная грамотность; техника письма; психофизиологическое развитие; возрастные особенности; графические навыки; курс художественного письма.

Kul'baeva Bakit, Esengulova Meiramgul

IMPROVING STUDENTS' ART WRITING SKILLS IN DISTANCE LEARNING

Annotation. The article reveals the idea of expanding the possibilities of distance learning in the context of a pandemic in the development of artistic writing skills of primary school pupils .Writing is one of the most important areas of the educational process in primary school.This requires continuous and constant, systematic work when performing written exercises in the process of teaching art writing.Today, the transition to the updated content of education and the transition to a distance learning system in the context of a pandemic has shown the need to increase the relevance of the issue of the formation of artistic writing skills in younger pupils. For this purpose, the work will consider new forms of the formation of artistic writing skills in younger pupils in the context of distance learning.

In addition, the article emphasizes the need and relevance of the formation of artistic writing skills in younger pupils in the context of the updated content of education in schools and the transition to a distance learning system during a pandemic.The teaching methods are shown taking into account the child's age in the formation of writing skills in elementary school and the influence of the process of teaching writing on the psychological, physiological development of the child and the formation of sensory skills is studied. Considered and presented to teachers new forms of formation of skills in artistic writing among younger pupils in conditions of distance learning.

Keywords: primary grade; distance learning; art writing; skills; methods of artistic writing; sensory skills; functional literacy; writing technique; psycho-physiological development; age features; graphic skills; art writing course.

УДК 519.87
МРНТИ 27.35.33
DOI 10.37238/1680-0761.2021.81(1).11

Махмудова Ш.Д., Уразгалиева А.Н.

Западно-Казахстанский аграрно-технический университет имени Жангир хана, Уральск, Казахстан

E-mail: cmb-zko@mail.ru, urazgalieva.akmaral@mail.ru

ДЕЙСТВИЕ ПО ГАМИЛЬТОНУ И НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ В ФОРМЕ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА - ЛАГРАНЖА

Аннотация. В процессе изучения математики важно показать применение ее результатов в других дисциплинах. Применение математики при изучении специальных дисциплин, можно осуществить в процессе междисциплинарных связей, а также при решении прикладных задач.

В различных приложениях, в частности в аналитической механике возможно применение отдельных положений теории дифференциальных игр, а именно условий существования равновесных ситуаций в бескоалиционных дифференциальных играх нескольких лиц.

В данной статье приведены исследования необходимых и достаточных условий существования ситуации равновесия, с использованием некоторых понятий и принципов аналитической механики. Так определяя действие по Гамильтону, получены необходимые условия в форме уравнений Эйлера-Лагранжа. Такая форма необходимых условий в дифференциальных играх N лиц представляет интерес для студентов естественно-технических направлений.

Основной целью этой статьи является – доступность и ясность, для того, чтобы ею могли воспользоваться студенты различных специальностей. Предлагаемая работа может быть использована в качестве руководства к изучению данного направления аналитической механики, как студентами ВУЗов, так и молодыми учеными.

Ключевые слова: Дифференциальная игра; динамические системы; стратегии игроков; ситуация равновесия; равновесная траектория; функция выигрыша; функция Лагранжа; функция Гамильтона; уравнений Эйлера-Лагранжа; условия Вейерштрасса-Эрдмана.

Введение

Удобными математическими моделями динамических систем, управляемых в условиях конфликта или неопределенности, являются дифференциальные игры нескольких лиц, пока еще далекой от своего окончательного завершения. Изучение вопросов моделирования и исследования конфликтных ситуаций является актуальным.

Так как невозможно получить достаточно общие теоремы существования ситуаций равновесия в программных стратегиях, а частые классы, имеющие равновесие, практически необозримы, большую помощь в решении вопроса о существовании равновесия в конкретной игре, не входящей ни в один из классов, для которых известны теоремы существования, могут оказать необходимые и достаточные условия существования решения для как можно более общих по постановке задач. Отметим, что необходимые условия более развиты и выполняют двойную роль: или критерия отсутствия решения, или средства для его нахождения[1]. Теория же достаточных условий менее развита. В данной статье приведем некоторые принципы получения необходимых и достаточных условий существования ситуаций равновесия в дифференциальных играх на основе понятий, аналогичных фундаментальным понятиям аналитической механики, а также применяя и другие.

Рассмотрим дифференциальную игру *N* лиц, состояние которой характеризуется в каждый момент времени *t* фазовым вектором $x(t) = \left(x^{(1)}(t), \dots, x^{(n)}(t)\right)$ пространства R^n (R^n - n –мерное евклидово пространство с нормой $\|x\|_{R^n} = \left(\sum_{j=1}^{n} x_j^2\right)^{\frac{1}{2}}$), изменяющимся в соответствии с дифференциальным уравнением (связями) в векторной форме:

$$\dot{x}(t) = f\big(t, x(t), u_1(t), \dots, u_i(t), \dots, u_N(t)\big), t \in \left[t_0, t_f\right] \quad (1)$$

При заданных начальных условиях

$$x(t_0) = x_0 \quad (2)$$

Программная стратегия $u_i(t)$, $t \in \left[t_0, t_f\right]$ i – го участника называется допустимой, если $u_i(t)$ - кусочно-непрерывная функция, а значения стратегии $u_i(t)$ в каждый момент времени *t* принадлежит некоторому заданному компактному множеству $U_i(t)$ в евклидовом пространстве R^{r_i} (удовлетворяет «геометрическому» ограничению):

$$u_i(t) \in U_i(t), t \in \left[t_0, t_f\right], i = \overline{1, N}. \quad (3)$$

Определим множество

$$\mathrm{D} = \{u_i(\cdot) \ / \ u_i \ (t) \in U \ _i(t), i = \overline{1, N}, t \in T, u(\cdot) \mapsto x(\cdot)\}, \quad (4)$$

На множестве D зададим функционал

$$I_i\big(u(\cdot)\big) = g_i\left(x\big(t_f\big)\right) + \int_{t_0}^{t_f} h_i\big(t, x(t), u_1(t), \dots, u_i(t), \dots, u_N(t)\big)dt, \quad (5)$$

который примем за функцию выигрыша i – го игрока.

Определим множество

$$D_i\big(u^p(\cdot)/u_i(\cdot)\big) = \{u^p(\cdot) \parallel u_i \ (\cdot) \in D\}, i = \overline{1, N}.$$

Ситуация $u^p(\cdot)$ определяет ситуацию равновесия на множестве D в игре (1) – (5), если справедливо отношение

$$J_i(u^p(\cdot)) = \max_{u_i(\cdot) \in D_i\left(u^p(\cdot)/u_i(\cdot)\right)} J_i\left(u^p(\cdot) \parallel u_i \ (\cdot)\right), i = \overline{1, N}. \quad (6)$$

Условие (6) означает, что ни один из игроков не заинтересован в отклонении от ситуации равновесия $u^p(\cdot)$, если остальные игроки ее придерживаются. (Другими словами, выбирая стратегию, отличную от равновесной, ни один из игроков не может увеличить свой выигрыш при условии, что остальные игроки придерживаются своих равновесных стратегий).

Материалы и методы исследования

Для каждого игрока определим функцию Гамильтона $H_i(t)$:

$$H_i(t) = \max_{u_i(t) \in U_i(t)} \prod\nolimits_i \left(t, x(t), u_1(t), \dots, u_i(t), \dots, u_N(t), \psi_i(t)\right) =$$

$$= \psi_i(t) f\left(t, x(t), u(t) \parallel u_i^p(t)\right) + h_i\left(t, x(t), u(t) \parallel u_i^p(t)\right), i = \overline{1, N}. \quad (7)$$

Впервые определение функции Гамильтона в форме (1) приведено в работах[2;3;4] для задач оптимального управления.

Отметим, что функция Гамильтона i – го игрока не зависит от программной стратегии $u_i(t)$ этого игрока и является непрерывной функцией времени. Действительно, во всех точках *t* отрезка $\left[t_0, t_f\right]$, где непрерывны $u_i(t)$ функции Понтрягина i - ого игрока (функция Гамильтона) непрерывна в силу непрерывности функции $f(*)$, $h_i(*)$,$\psi_i(t)$.

Из условия (7), очевидно, что

$$\prod\nolimits_i \left(t, x(t), u(t) \parallel u_i(t), \psi_i(t)\right) \le \prod\nolimits_i \left(t, x(t), u(t) \parallel u_i^p(t), \psi_i(t)\right) = H_i(t), \quad (8)$$

где

$$u_i(t) \in U_i(t), t \in \left[t_0, t_f\right], i = \overline{1, N}.$$

По постановке задачи (1) – (6) функция $u_i(t)$ имеет конечное число точек разрыва. Пусть τ - одна из них.

В неравенстве (8) перейдем к пределам:

$$\lim_{t\to\tau-0}\prod_i\left(t,x(t),u(t)\parallel u_i(t),\psi_i(t)\right)\le\lim_{t\to\tau-0}\prod_i\left(t,x(t),u(t)\parallel u_i^p(t),\psi_i(t)\right)=$$
$$=\lim_{t\to\tau-0}H_i(t),\ i=\overline{1,N}.$$

Откуда получим

$$\prod_i\left(\tau,x(\tau),u(\tau)\parallel u_i(\tau-0),\psi_i(\tau)\right)\le H_i(\tau-0),\ i=\overline{1,N}.$$

Из условия (7) и последнего неравенства имеем:

$$H_i(\tau)=\max_{u_i(\tau-0)\in U_i(\tau)}\prod_i\left(\tau,x(\tau),u(\tau)\parallel u_i^p(\tau-0),\psi_i(\tau)\right)\le H_i(\tau-0).$$

С другой стороны, используя условие (8), имеем:

$$H_i(\tau-0)=\lim_{t\to\tau-0}\prod_i\left(t,x(t),u(t)\parallel u_i^p(t),\psi_i(t)\right)=$$
$$=\prod_i\left(\tau,x(\tau),u(\tau)\parallel u_i^p(\tau-0),\psi_i(\tau)\right)==\lim_{u_i\to u_i(\tau-0)}\prod_i\left(\tau,x(\tau),u(\tau)\parallel u_i(\tau-0),\psi_i(\tau)\right)\le$$
$$\le\prod_i\left(\tau,x(\tau),u(\tau)\parallel u_i^p(\tau),\psi_i(\tau)\right)=H_i(\tau),\ i=\overline{1,N}.$$

Таким образом, мы получаем следующие неравенства:

$$H_i(\tau-0)\le H_i(\tau)\text{ и }H_i(\tau-0)\ge H_i(\tau),\ i=\overline{1,N},$$

из которых получим, что

$$H_i(\tau-0)=H_i(\tau),\ i=\overline{1,N},$$

т.е. функция $H_i(\tau)$ - непрерывна слева в точке τ.

Если повторить все рассуждения, начиная с неравенства (8), но при условии, что $t\to\tau+0$, то получим непрерывность функции Гамильтона $H_i(\tau)$ в точке τ справа.

Итак, мы получим, что если $t\in\left[t_0,t_f\right]$ - некоторая точка разрыва стратегии $u_i(t)$ i- ого игрока(при условии, что стратегии остальных игроков фиксированы), то функция $H_i(t)$ непрерывна в этой точке как слева, так и справа, т.е. $H_i(t)$ непрерывна во всех точках отрезка $\left[t_0,t_f\right]$.

Дальнейшие рассуждения будем проводить в предположении гладкости функции Гамильтона $H_i(t)$, $i=\overline{1,N}$.

Условия непрерывности функций $\psi_i(t)$ и $H_i(t)$ в точках разрыва программных стратегий игроков, т.е. в точках излома $\dot{x}$ носят название условий Вейерштрасса-Эрдмана [5] и имеют вид:

$$H_i(\tau+0)=H_i(\tau-0),\ i=\overline{1,N},$$
$$\psi_i(\tau+0)=\psi_i(\tau-0),\ i=\overline{1,N}.$$

Вывод этих условий можно провести по схеме аналогичной [5].

Теперь для каждого игрока, имея функцию Гамильтона (7), рассмотрим функционал вида

$$S_i\left(x(\cdot),u(\cdot)/u_i(\cdot),\psi_i(\cdot)\right)=g_i\left(x(t_f)\right)+\int_{t_0}^{t_f}\left[H_i\left(t,x(t),u(t)/u_i(t),\psi_i(t)\right)-\psi_i(t)\dot{x}(t)\right]dt,$$
$$i=\overline{1,N}.\qquad(9)$$

Последний отличается от функционала $S_i^{u_i(\cdot)}(*)$ из

$$S_i^{u_i(\cdot)}\left(x(\cdot),u_1(\cdot),\dots,u_N(\cdot),\psi_i(\cdot)\right)=g_i\left(x(t_f)\right)+$$
$$+\int_{t_0}^{t_f}\left[\psi_i(t)\left(f\left(t,x(t),u_1(t),\dots,u_N(t)\right)-\dot{x}(t)\right)+h_i\left(t,x(t),u_1(t),\dots,u_N(t)\right)\right]dt,\ i=\overline{1,N}\qquad(10)$$

тем, что в определении (9) выполнена операция максимизации по допустимому управлению $u_i(t)$ i- го игрока подынтегральной функции. Функционал $S_i(*)$ из (9) будем называть действием по Гамильтону [3] i- го игрока.

Из условий

$$\Pi_i\left(t, x(t), u_1(t), \dots, u_N(t), \psi_i(t)\right) = h_i\left(t, x(t), u_1(t), \dots, u_N(t)\right) +$$
$$+\psi_i(t) f\left(t, x(t), u_1(t), \dots, u_N(t)\right), i = \overline{1, N}; \quad (11)$$
$$\prod_i \left(t, x^p(t), u^p(t), \psi_i(t)\right) = \max_{u_i(t)\in U_i(t)} \prod_i \left(t, x^p(t), u^p(t) \parallel u_i(t), \psi_i(t)\right)$$

и (7) следует, что на ситуации равновесия $u^p(\cdot)$ и соответствующей равновесной траектории $x^p(\cdot)$ существуют такие функции $\psi_i(\cdot)$, $i = \overline{1, N}$ для которых имеет место соотношение

$$S_i^{u_i(\cdot)}\left(u^p(\cdot), x^p(\cdot), \psi_i(\cdot)\right) = S_i\left(x^p(\cdot), u^p(\cdot) / u_i(\cdot), \psi_i(\cdot)\right), i = \overline{1, N}.$$

С учетом последнего равенства вариация действия $S_i(*)$ из (9) в ситуации равновесия по фазовой переменной $x(t)$ и вариация по сопряженным переменным $ш_i(t)$, $i = \overline{1, N}$ приводят к системе уравнений Гамильтона

$$\begin{cases} \dot{ш}_i(t) = -\frac{\partial H_i\left(t, x^p(t), u^p(t) \parallel u_i(t), ш_i(t)\right)}{\partial x}, i = \overline{1, N} \\ \dot{x}(t) = -\frac{\partial H_i\left(t, x^p(t), u^p(t) \parallel u_i(t), ш_i(t)\right)}{\partial ш_i}, i = \overline{1, N} \end{cases} \quad (12)$$

Здесь $\frac{\partial H_i(*)}{\partial x} = \frac{\partial H_i}{\partial x^{(1)}}, \dots, \frac{\partial H_i}{\partial x^{(n)}}, \frac{\partial H_i(*)}{\partial ш} = \frac{\partial H_i}{\partial ш^{(1)}}, \dots, \frac{\partial H_i}{\partial ш^{(n)}}$.

Система уравнений (12) не содержит управления i-го игрока $u_i(t)$ и является аналогом Гамильтоновых систем в механике [6;7].

Введем обозначение

$$L_i\left(t, x(t), \dot{x}(t), u(t)/u_i(t), ш_i(t)\right) = H_i\left(t, x(t), u(t)/u_i(t), ш_i(t)\right) - ш_i(t)\dot{x}(t),\ i = \overline{1, N}. \quad (13)$$

Здесь функция $L_i(*)$ - аналог функции Лагранжа (лагранжиан) i-го игрока, которая фигурирует в известных принципах аналитической механики [6;7]. Из определения (13) функции Лагранжа, определим функцию Гамильтона в виде:

$$H_i(*) = L_i(*) + ш_i(t)\dot{x}(t), i = \overline{1, N},$$

которую в аналитической механике называют внутренней энергией [6;7;8] i-ой подсистемы (i-го игрока).

Если подинтегральное выражение в (10) обозначить через

$$L_i^{u_i(\cdot)}\left(t, x(t), \dot{x}(t), u(t), ш_i(t)\right) = H_i\left(t, x(t), u(t)\right) + ш_i(t)\left(f\left(x(t), u(t), t\right) - \dot{x}(t)\right), i = \overline{1, N},$$

то из (11) и (7) следует, что функции $L_i(*$ из (13) можно представить в виде:

$$L_i(*) = \max_{u_i(t)\in U_i(t)} L_i^{u_i(\cdot)}(*), i = \overline{1, N}.$$

Иногда, например, при выводе уравнений Эйлера-Лагранжа, в выражениях для $L_i(*)$, $L_i^{u_i(\cdot)}(*)$ функция $\psi_i(t)$ фиксирована и в этом случае, как и в механике [6;7;8], будем считать функции $L_i(*)$, $L_i^{u_i(\cdot)}(*)$ зависящими только от $\left(t, x(t), \dot{x}(t), u(t)/u_i(t)\right)$ и $\left(t, x(t), \dot{x}(t), u(t)\right)$ соответственно.

Из определения $L_i(*)$ (13) имеем, что

$$\frac{\partial L_i(*)}{\partial x} = \frac{\partial H_i}{\partial x}, \quad \frac{\partial L_i(*)}{\partial x} = -ш_i(t)\ , i = \overline{1, N},$$
$$\frac{\partial L_i(*)}{\partial x} = \left(\frac{\partial L_i}{\partial x^{(1)}}, \dots, \frac{\partial L_i}{\partial x^{(n)}}\right), \quad \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial L_i}{\partial \dot{x}^{(1)}}, \dots, \frac{\partial L_i}{\partial \dot{x}^{(n)}}.$$

Откуда из (12) следует, что для ситуации равновесия и соответствующей равновесной траектории имеет место система управлений:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L_i\left(t, x^p(t), \dot{x}^p(t), u^p(t)/u_i(t)\right)}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L_i\left(t, x^p(t), \dot{x}^p(t), u^p(t)/u_i(t)\right)}{\partial x} = 0, i = \overline{1, N} \quad (14)$$

т.е. на ситуации равновесия и соответствующей равновесной траектории для каждого игрока справедливы уравнения Эйлера-Лагранжа (в точках разрыва управлений (излома $\frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}}$) понимаются производные справа, производные слева также существуют).

В точках ϕ, $k = \overline{1,s}$ излома экстремалей функции $L_i(*)$ удовлетворяют условиям Вейерштрасса-Эрдмана[5], которые принимают вид:

$$\left.\frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}}\right|_{t=\phi_k-0} - \left.\frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}}\right|_{t=\phi_k+0} = 0, k = \overline{1,s}\ , \qquad (15)$$

$$\left(L_i(*) - \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}}\dot{x}\Big|\right)_{t=\phi_k-0} - \left(L_i(*) - \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}}\dot{x}\right)\Big|_{t=\phi_k+0} = 0, k = \overline{1,s} \qquad (16)$$

и которым можно дать геометрическую интерпретацию следующим образом. Если фиксировать переменные t и x и откладывать на одной из координатных осей $\dot{x}$, а на другой – значение функции $L_i(*)$, то мы получим некоторую кривую, изображающую $L_i(*)$ как функцию от $\dot{x}$. Тогда условие (15) означает, что касательные к этой кривой в точках $\dot{x}(\phi_k - 0)$ и $\dot{x}(\phi_k + 0)$, $k = \overline{1,s}$ параллельны между собой. Условие (16) перепишем в виде:

$$L_i(*)|_{\phi_k-0} - L_i(*)|_{\phi_k+0} = \left.\frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}}\right|_{\phi_k+0}^{\phi_k-0}, k = \overline{1,s},$$

которое показывает, что эти касательные в точках $\dot{x}(\phi_k - 0)$ и $\dot{x}(\phi_k + 0)$, $k = \overline{1,s}$ не только параллельны, но даже совпадают.

Для канонических переменных [6;7;8;9]

$$\text{ш}_i(t) = -\frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}}, \quad H_i(*) = L_i(*) - \frac{\partial L_i(*)}{\partial \dot{x}}\dot{x},\ i = \overline{1,N}.$$

Условия Вейерштрасса-Эрдмана просто означают, что канонические переменные непрерывны в точках излома экстремалей.

Результаты исследования

Итак, получили следующее необходимое условие существования ситуации равновесия в дифференциальной игре (1) – (5).

Теорема: При сделанных выше предположениях о свойствах функции $f(t, x(t), u_1(t), \dots, u_N(t))$, $H_i(t, x(t), u_1(t), \dots, u_N(t))$, $g_i\left(x(t_f)\right)$, $H_i(t, x(t), u(t)/u_i(t), \text{ш}_i(t))$, $i = \overline{1,N}$ в ситуации равновесия $u^p(\cdot) = u_1^p(\cdot), \dots, u_N^p(\cdot)$, $u^p(\cdot) \mapsto x^p(\cdot)$ в игре (1) – (5) для каждого игрока справедливы уравнения Эйлера-Лагранжа (12).

Заключение

Результаты статьи позволяют сделать вывод о том, что методы аналитической механики являются общими, едиными для изучения движения и равновесия, применимы для различных материальных систем. В частности, действие принципов аналитической механики позволили выразить условия существования ситуации равновесия в бескоалиционной дифференциальной игре лиц через уравнения движения в форме Эйлера – Лагранжа.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Розоноэр Л.И. Обмен и распределение ресурсов (обобщенный термодинамический подход) / Л.И. Розоноэр // Автоматика и телемеханика. - 1973. - №№5,6,8. - С. 115-132, 65-79, 82-103.

[2] Иванилов Ю.П. Применимость методов аналитической механики в оптимальном управлении / Ю.П. Иванилов // Изв.АН СССР. Техническая кибернетика. - 1983. - №2. С. 61-71.

[3] Иванилов Ю.П. Принцип освобождения от связей в форме штрафных функций / Ю.П. Иванилов // Изв.АН СССР. Техническая кибернетика. - 1985. - .№3. – С. 170-178.

[4] Иванилов Ю.П. Главная функция Гамильтона и условия оптимальности / Ю.П. Иванилов // Автоматика и телемеханика. - 1988. - №5. – С. 51-61.

[5] Гельфанд И.М. Вариационное исчисление/ И.М.Гельфанд, С.В. Фомин. - М.: Физматгиз, 1961. - 228 с.

[6] Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики в 2-х т. Т.2./ Н.Н. Бухгольц. - М.: Наука, 1969. - 332 с.

[7] Голдстейн Г. Классическая механика / Г.Голдстейн. – М.: Наука, 1975. - 408 с.

[8] Авдеев Н.Ф. Теоретическая механика / Н.Ф. Авдеев. - М.: МГИУ, 2010. - 119 с.

[9] Алексеев В. М. Оптимальное управление / В.М. Алексеев, В.М. Тихомиров, С.В. Фомин. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 408 с.

REFERENCES

[1] Rozonojer, L.I. (1973). Obmen i raspredelenie resursov (obobshhennyj termodinamicheskij podhod) [Resource exchange and allocation (generalized thermodynamic approach)]. Avtomatika i telemehanika [in Russian].

[2] Ivanilov, Ju.P. (1983). Primenimost' metodov analiticheskoj mehaniki v optimal'nom upravlenii [Applicability of analytical mechanics methods in optimal control]. Izv.AN SSSR. Tehnicheskaja kibernetika[in Russian].

[3] Ivanilov, Ju.P. (1985). Princip osvobozhdenija ot svjazej v forme shtrafnyh funkcij [The principle of freeing from bonds in the form of penalty functions]. Izv.AN SSSR. Tehnicheskaja kibernetika [in Russian].

[4] Ivanilov, Ju.P. (1988). Glavnaja funkcija Gamil'tona i uslovija optimal'nosti [The main Hamilton function and optimality conditions]. Avtomatika i telemehanika. [in Russian].

[5] Gel'fand, I.M., & Fomin, S.V. (1961). Variacionnoe ischislenie [Calculus of variation]. M.: Fizmatgiz [in Russian].

[6] Buhgol'c, N.N. (1969). Osnovnoj kurs teoreticheskoj mehaniki [Basic Course in Theoretical Mechanics]. V.2. (Vols. 1-2). M.:Nauka [in Russian].

[7] Goldstejn, G. (1975). Klassicheskaja mehanika [Classic mechanics]. M.: Nauka [in Russian].

[8] Avdeev, N.F. (2010). Teoreticheskaja mehanika [Theoretical mechanics]. M.: MGIU [in Russian].

[9] Alekseev, V. M. (2005). Optimal'noe upravlenie [Optimal control]. M.: FIZMATLIT [in Russian].

Махмудова Ш. Д., Уразгалиева А. Н.

ГАМИЛЬТОН БОЙЫНША АМАЛДАУ ЖӘНЕ ЭЙЛЕР-ЛАГРАНЖ ТЕҢДЕУЛЕРІ ФОРМАСЫНДАҒЫ ҚАЖЕТТІ ШАРТТАР

Аңдатпа. Математиканы оқу процесінде оның нәтижелерінің басқа пәндерде қолданылуын көрсету маңызды. Математиканы арнайы пәндерді оқуда қолдану пәнаралық байланыс процесінде, сонымен қатар қолданбалы есептерді шешуде жүзеге асырылуы мүмкін.

Әр түрлі қолданылуларда, атап айтқанда, аналитикалық механикада дифференциалды ойындар теориясының кейбір ережелерін, нақты айтқанда, бірнеше ойыншылардың коалициялық емес дифференциалды ойындарындағы тепе-теңдік жағдайларының болу шарттарын қолдануға болады.

Бұл мақалада аналитикалық механиканың кейбір тұжырымдамалары мен принциптерін қолдана отырып, тепе-теңдік жағдайының болуы үшін қажетті және жеткілікті шарттарды зерттеу қарастырылған. Осылайша, Гамильтон бойынша әрекетті анықтай отырып, Эйлер-Лагранж теңдеулері түрінде қажетті шарттар алынды. N тұлғалардың дифференциалды ойындарындағы қажетті жағдайлардың бұл формасы жаратылыстану және техникалық мамандықтарының студенттерін қызықтырады.

Бұл мақаланың басты мақсаты - қол жетімділік пен айқындылық, сондықтан оны әр түрлі мамандық студенттері пайдалана алады. Ұсынылып отырған жұмысты университет студенттері де, жас ғалымдар да аналитикалық механиканың осы саласын зерттеуге нұсқау ретінде пайдалануға болады.